〔数学ＩA〕共通テスト対策演習①

【１】

〔1〕

連立方程式

$$\begin{cases} x-2y=-1 \\ 2x-5y=-\sqrt{6} \end{cases}$$

の解は

$$x=\boxed{\text{アイ}}+\boxed{\text{ウ}}\sqrt{6},\quad y=\boxed{\text{エオ}}+\sqrt{6}$$

である。x，y がこの値のとき

$$\frac{2-|x|}{|y|}=\frac{\boxed{\text{カ}}+\sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であるから，$m \leqq \dfrac{2-|x|}{|y|} < m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ク}}$ である。

〔2〕

長方形ABCDにおいて，$AB=CD=8$，$BC=DA=12$ とする。辺AB上に点P，辺BC上に点Q，辺CD上に点Rを

$$AP=BQ=CR$$

となるようにとり，$AP=x$ とおく$(0<x<8)$。このとき，台形PBCRの面積は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。また，△PQRの面積 S は

$$S=x^2-\boxed{\text{サシ}}x+\boxed{\text{スセ}}$$

である。$S<24$ となる x の範囲は

$$\boxed{\text{ソ}}<x<\boxed{\text{タ}}$$

である。

【2】

a，b を定数とし，$a \neq 0$ とする。2 次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフが点 $(-2, 6)$ を通るとする。

このとき

$$b = -a + \boxed{ア}$$

であり，グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{イ}}{\boxed{ウ}\,a},\ \frac{-(\boxed{エ}\,a - \boxed{オ})^2}{\boxed{カ}\,a} \right)$$

である。

さらに，2 次関数①のグラフの頂点の y 座標が -2 であるとする。このとき，a は

$$\boxed{キ}\,a^2 - \boxed{クケ}\,a + \boxed{コ} = 0$$

を満たす。これより，a の値は

$$a = \boxed{サ},\ \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$$

である。

以下，$a = \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ であるとする。

このとき，2 次関数①のグラフの頂点の x 座標は $\boxed{セ}$ であり，①のグラフと x 軸の 2 交点の x 座標は $\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ である。ただし，$\boxed{ソ}$ と $\boxed{タ}$ は解答の順序を問わない。

また，関数①は $0 \leqq x \leqq 9$ において

$x = \boxed{チ}$ のとき，最小値 $\boxed{ツテ}$ をとり

$x = \boxed{ト}$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌ}}$ をとる。

【３】

$\triangle$ABC において，$AB=2$，$BC=\sqrt{5}+1$，$CA=2\sqrt{2}$ とする。また，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とする。

(1)　このとき，$\angle ABC=\boxed{\text{アイ}}^\circ$ であり，外接円 O の半径は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(2)　円 O の円周上に点 D を，直線 AC に関して点 B と反対側の弧の上にとる。$\triangle$ABD の面積を S_1，$\triangle$BCD の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{5}-1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

であるとする。$\angle BAD+\angle BCD=\boxed{\text{ウエオ}}^\circ$ であるから

$$CD=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}AD$$

となる。このとき

$$CD=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

さらに，2 辺 AD， BC の延長の交点を E とし，$\triangle$ABE の面積を S_3，$\triangle$CDE の面積を S_4 とする。このとき

$$\frac{S_3}{S_4}=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。①と②より

$$\frac{S_2}{S_4}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

となる。

【4】

1 辺の長さ 1 の正六角形があり，その頂点の一つを A とする。一つのさいころを 3 回投げ，点 P を次の(a)，(b)，(c)にしたがって，この正六角形の辺上を反時計回りに進める。

(a)　頂点 A から出発して，1 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。
(b)　1 回目で点 P がとまった位置から出発して，2 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。
(c)　2 回目で点 P がとまった位置から出発して，3 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。

(1)　3 回進めたとき, 点 P が正六角形の辺上を 1 周して, ちょうど頂点 A に到達する目の出方は $\boxed{\text{アイ}}$ 通りである。

3 回進める間に，点 P が 1 回も頂点 A にとまらない目の出方は $\boxed{\text{ウエオ}}$ 通りである。

(2)　3 回進める間に，点 P が 3 回とも頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ であり，ちょうど 2 回だけ頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

3 回進める間に，点 P がちょうど 1 回だけ頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(3)　3 回進める間に，点 P が頂点 A にとまる回数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ 回である。